

МОГУЋНОСТ ПРИМЕНЕ МАТЕМАТИЧКО-СТАТИСТИЧКЕ МЕТОДЕ ARIMA ЗА ПРЕДВИЋАЊЕ ЦЕНЕ НАФТЕ

Билјана П. Иванова
 Универзитет одбране у Београду
 Лидија Барјактаровић и Илија Ђ. Иванов
 Универзитет Сингидунум, Београд

Циљ овог рада је да се истражи могућност имплементације ARIMA модела у одређивању будућег тока цена сирове нафте са што је могуће мањом грешком. Основ анализе су цене лаке слатке тексашке нафте, WTI (*West Texas Intermediate Crude Oil*) са њујоршке берзе меркантилне робе (NYMEX). Током истраживања разматрано је искључиво финансијско тржиште САД, у временском периоду од 2008. до 2017. годину, као и предвиђања за наредни период који се креће од седам дана. Цене су изражене у америчким доларима по барелу (USD/bbl.). Цене су формиране као цене на крају радног дана за куповину временски најближег фјучерс уговора на NYMEX берзи. Резултати анализе указују да ARIMA модел јесте добра основа која може дати поуздане границе (80% и 95% интервале) изван којих стварна вредност врло вероватно неће изаћи. За прецизнија кретања цена, нпр. да ли ће сутра цена да расте и пада, ARIMA модел није довољан. Будућа истраживања ће укључити у анализу коришћење више модела за одређивање будућих пројекција цена сирове нафте, као и имплементацију управљања тржишним ризицима.

Кључне речи: *математичко-статистичке методе, ARIMA, цена, нафта*

Увод

Кроз историју цена уочава се да је снабдевање нафтом постало извор сукоба на глобалном нивоу. Са једне стране су земље извознице нафте које исказују жељу да диктирају услове трговине, а са друге стране западне земље, које због растућих економија имају све веће потребе за контролом над овим енергентом. До повећане потражње за сировом нафтом долази развојем азијских економија, Кине, Јужне Кореје, земаља Индокине и Индије, опоравком руске економије, као и захтеваним резервама нафте појединих земаља у количини од 90 дана сопствене потрошње.¹ Стога је друштвени циљ рада

¹ <http://cena-nafte.com/>, datum pristupa 24. januar 2018.

сагледавање могућности праћења кретања цена сирове нафте на светском тржишту и доношење правовремених одлука о манипулацији залихама на домаћем тржишту, као и набавци потребних количина за оптималан рад и функционисање привреде. С обзиром на то што је сирова нафта један од најзначајнијих енергетских ресурса у свету, предвиђање кретања цена нафте постаје актуелна тема. Ово истраживање не обухвата целину, већ само сегменте финансијског тржишта и кретање цене једне врсте сирове нафте. Постоје многе методе у предвиђању кретања цена сирове нафте, међутим, консензус око техника и модела предвиђања није прецизно одређен. Из тог разлога треба развијати методе предвиђања које омогућују већу тачност, односно, мању грешку. На бази сугестија запослених у различитим сферама везаним за сирову нафту, а на основу којих је формулисана предмет истраживања, може се рећи да је научни циљ истраживања научни опис процеса праћења кретања цена сирове нафте, утицај кретања цена на највећој светској берзи NYMEX, предвиђање будуће вредности серије са што је могуће мањом грешком. У овом раду формулисана је генерална хипотеза да је коришћење одговарајућих модела за предвиђање цена нафте добра основа за доношење будућих одлука свих заинтересованих страна. Да би била потврђена или одбачена генерална хипотеза, формулисана је у посебну хипотезу да је за одређивање будућих пројекција цена сирове нафте неопходно је да се користи више модела како би се добио оптималан резултат.

Преглед литературе

Постоји значајна литература која се бави истраживањем промена цена сирове нафте у неком временском периоду. Alquist и Kilian у свом раду износе претпоставку да су цене фјучерс уговора прави показатељи цене.² Лам је истражио динамику нафте на основу многих економетријских модела, укључујући ARIMA модел.³ Кроз историју су се проткали и многи радови који се баве одређивањем фундаменталних фактора који су имали утицај на цену нафте. Примери су Фердерер који је истражио утицај цене нафте на економски раст,⁴ затим Kaufmann *et al* који примењују статистичке моделе за процену везе између цене нафте и различитих фактора висине производње, односно, понуде нафте,⁵ Park и Ratti који су истражили су однос нафтних шокова и економских активности.⁶ Yao и Yhang су се бавили ефектима *Google index*-а на кретање цена нафте и дошли су до резултата да ова врста прогнозирања не може помоћи код будућих одређивања цена нафте.⁷ Многи угледни

² Alquist R., Kilian L., (2010), What do we Learn from the Price of Crude Oil Futures? University of Michigan and CEPR, Department of Economics.

³ Lam D., (2013), Time Series Modelling of Monthly WTI Crude Oil Return, Thesis submitted for the degree of Master of Science in Mathematical and Computational Finance.

⁴ Federer J. P. (1996). Oil Price Volatility and the Macroeconomy, *Journal of Macroeconomics*, 18(1), p. 1-26.

⁵ Kaufmann R.K., Dees S., Karadeloglou P., Sanchez M., (2004), Does OPEC matter? An econometric - analysis of oil prices, *The Energy Journal*, 25(4), p. 67-90.

⁶ Park W. J., Ratti. R.A., (2008), Oil price shocks and Stock markets in the U.S. and 13 European Countries, *Energy Economics*, 30, p. 2587-2608.

⁷ Yao T., Zhang Y.J., (2017), Forecasting Crude Oil Prices with the Google Index, *Energy Procedia* Vol. 105, p. 3772-3776.

аналитичари и експерти из ове области свакодневно излазе са предвиђањима кретања цене нафте. У најновијим радовима у области цена сирове нафте, аутори се баве оптималним моделима праћења кретања цена сирове нафте, као Jianwei *et al*,⁸ који указују на периодичност кретања цене сирове нафте, те да се коришћењем више модела може прецизније одредити кретање цене, затим Chai *et al* који представљају предност нове методе у односу на традиционалне у комбинацији са ARIMA моделом,⁹ Safari i Dawallou¹⁰ истражују комбинацију различитих модела, различитих приступа, посебно варијације временских серија и многи други. Неки приступи нису директно везани за предмет истраживања овог рада, међутим, постоји много веза у наведеним истраживањима.

Методологија

Како све цене на берзи, тако и цене нафте, математички посматрано јесу временске серије (уређени низ података који се индексира временом), потребан је модел временских серија како би се покушале објаснити појаве које утичу на промену тих цена. Подаци о кретању цена сирове нафте узети су за америчку лаку нафту, за временски период од 2008–2017, са акцентом на 2017. годину, као и предвиђања за наредни период који се креће од седам дана. ARIMA модел је за ову врсте анализе изабран зато што, у односу на класичне статистичке анализе, где су елементи случајног узорка међусобно независни, ради се опсервација података који нису међусобно независни, већ се у анализи узима њихов временски поредак. Увођењем ARIMA модела анализе временских серија, у раду се покушава објаснити изучавана појава и како предвидети кретање у наредном периоду. Подаци за истраживачки рад су обрађени употребом софтверског пакета P.

ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) модел, према објашњењу у књизи, а у наставку овог сегмента рада, Младеновић и Нојковић је математички и пре свега статистички модел временских серија, чија је сврха боље разумевање података и њихово предвиђање.¹¹

ARIMA(p,d,q) представља ауторегресиони модел покретних просека за интегрисане временске серије где је:

- p** – ред ауторегресионе компоненте,
- d** – је ниво интегрисаности временске серије и
- q** – је ред компоненте покретних просека.

⁸ Jianwei E., Yanling B., Jimin Y., (2017), Crude oil price analysis and forecasting based on variational mode decomposition and independent component analysis, Statistical Mechanics and its Applications, Volume 484, p. 412-427.

⁹ Chai J., Xing L.M., Zhou X.Y., Zhang Z.G., Li J.X., (2018), Forecasting the WTI crude oil price by a hybrid-refined method, Energy Economics, vol.71, p.114-127.

¹⁰ Safari A., Davallou M., (2018), Oil price forecasting using a hybrid model, Energy, Vol. 148, p. 49-58.

¹¹ Mladenović Z. i Nojković A., (2012), Primenjena analiza vremenskih serija, Centar za izdavačku delatnost Ekonomskog fakulteta u Beogradu, Beograd

У општем случају је облика:

$$\underbrace{\left(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p\right)}_{\phi(L)} (1-L)^d X_t = \theta_0 + \underbrace{\left(1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q\right)}_{\Theta(L)} e_t$$

За полиноме $\phi(L)$ и $\Theta(L)$ се претпоставља да не садрже заједничке факторе и да описују редом ауторегресиону и компоненту покретних просека стационарне временске серије $(1-L)^d X_t$. Процес e_t је бели шум.

Ако се претпостави да је $d = 1$, у том случају је ARIMA(p,1,q) модел облика:

$$\Delta X_t = \theta_0 + \phi_1 \Delta X_{t-1} + \phi_2 \Delta X_{t-2} + \dots + \phi_p \Delta X_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q}$$

Реч је о ARMA(p,q) моделу, али за временску серију ΔX_t која је претходно трансформисана да би се постигла њена стационарна репрезентација. Параметар θ_0 означава константни прираст или пад, односно, параметар уз линеарни тренд у ни-воу дате временске серије.

AR(p) модел

AR део објашњава ауторегресиону компоненту модела, конкретно, аутокорелацију, познату и као серијска корелација. Одговара на питање да ли су данашње цене нафте у некој врсти линеарне везе уз стохастичку (случајну) компоненту са својим претходним ценама. AR не мора бити стационаран (може да мења особине током времена).

AR(p) модел Ауторегресиони модел реда p , у ознаци AR(p) модел, дефинише се на следећи начин:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + e_t$$

где су:

ϕ_1, \dots, ϕ_p - ауторегресиони параметри,

e_t - бели шум.

У питању је регресиони модел у којем је зависна променљива представљена чланом временске серије у тренутку t , док скуп објашњавајућих променљивих чине чланови исте временске серије, али у тренуцима $t-1, \dots, t-p$. Другим речима, дата променљива описује се у функцији од сопствених претходних вредности. Ауторегресионом моделу реда p може се придружити карактеристична једначина облика:

$$g^p - \phi_1 g^{p-1} - \phi_2 g^{p-2} - \dots - \phi_p = 0$$

у којој g_1, g_2, \dots, g_p означавају корене тј. решења карактеристичне једначине. Стационарност временске серије која је генерисана AR(p) моделом зависи од решења g_1, g_2, \dots, g_p карактеристичне једначине. Може се показати да важи: Уколико су сви корени g_1, g_2, \dots, g_p по модулу строго мањи од 1, онда је временска серија стационарна. Уколико постоји бар један корен $g_i, i=1, 2, \dots, p$, који је строго већи од 1, док су други строго мањи од један по модулу, тада је временска серија експлозивна. То значи да је временска серија под утицајем адитивног дејства трајно растућег ефекта неочекиваних случајних шокова.

MA(q) модел

MA део покушава да објасни да ли данашње цене нафте линеарно зависе од данашњих, али и претходних вредности неке стохастичке компоненте. Он је увек стационаран, тј. не мења своје особине током времена.

Модел покретних просека реда q дефинише се као:

$$X_t = e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q}$$

где је као и раније са e_t означен бели шум. Ово је линеарни процес. Ред модела q може бити и бесконачан. Специјално, модел покретних просека реда бесконачно је идентичан ауторегресивном моделу реда p .

Дакле, ARIMA је један модел који поред тога што објашњава садашњост кроз своје претходне вредности (овде цене нафте), покушава да их објасни и кроз случајну компоненту. Испоставља се да је ARIMA слабо стационарна, што цене нафте свакако нису. Познато је да се особине цена мењају временом услед многих геополитичких ствари, али и самог тржишта, те понуде и потражње. Шта више, како се овде ради о фјучерс уговорима, случајност зависи и од саме психологије купаца и њихове субјективне процене будуће вредности цене нафте.

I(d) модел

I део модела представља степен интеграције, односно, I модел мења стварне вредности са њиховим првим разликама. Уместо данашње цене се користи данашњи принос, вредност за колико се цена променила од јуче до данас.

Нека је $X = \{X_1, X_2, \dots\}$ временска серија. Лаг оператор L се дефинише као транслација серије за један индекс уназад, тј. $LX_t = X_{t-1}$, за свако $t > 1$. Индуктивно, $L_k X_t = X_{t-k}$. Тада оператор прве разлике дефинишемо као $\Delta x_t = (1-L) x_t = x_t - x_{t-1}$. Даљом применом овог поступка добијамо:

$$\Delta^2 x_t = \Delta x_t - \Delta x_{t-1} = x_t - 2x_{t-1} + x_{t-2}$$

...

$$\Delta^d x_t = \Delta(\Delta^{n-1} x_t)$$

Модел $I(d)$ је модел у коме је d минимално тако да је $\Delta^d x_t$ стационарна серија. Овакво d још називамо и нивоом интегрисаности временске серије. Специјално, $I(0)$ је бели шум, док је $I(1)=RWM$ (*Random Walk Model*), модел случајног хода.

Стога се може уопштити ARMA модел на ARIMA модел, како би се могле користити и нестационарне серије. Оно што се испоставило је да су цене нафте тренд-стационарне. То значи да цене нафте имају линеаран тренд и да, иако се промене дешавају, оне прате неки линеаран процес, а то може да се опише.

Резултати

Истраживање се бави анализом садашњег (актуелног) нивоа цена сирове нафте, као и прогнозама које се тичу утицаја на одлуке носилаца економске политике. Подаци који су кориштени у овом истраживању су цене нафте са њујоршке берзе меркантилне робе (NYMEX).¹² У питању је лака слатка тексашка нафта, WTI (West Texas Intermediate Crude Oil). Цене су изражене у америчким доларима по барелу (USD/bbl.). Цене су формиране као цене на крају радног дана за куповину временски најближег фјучерс уговора на NYMEX берзи. Сви подаци су обрађени у програмском језику R, у коме је модел ARIMA имплементиран.

За оцењивање параметара модела изабрана је метода минимизирања информационог критеријума, конкретно Акакеовог информационог критеријума према Младеновић и Нојковић¹³ и Бајесовог информационог критеријума према Ковачићу.¹⁴ То је један аналитички приступ који омогућује да ARIMA модел објасни највише информација из узете временске серије.

Према Ковачићу Бајесов (Bayes) метод омогућава дефинисање не једног, него читавог скупа модела са априорним вероватноћама које аналитичар придружује сваком моделу из тог скупа, односно које придружује њиховим коефицијентима. Коефицијенти модела се поново израчунавају чим нова опсервација постане доступна, односно, одређују се апостериорне вероватноће. Неке основне статистике цена нафте у последњих 10 година приказне су у табели 1.

Табела 1 – Неке основне статистике цена нафте у последњих 10 година

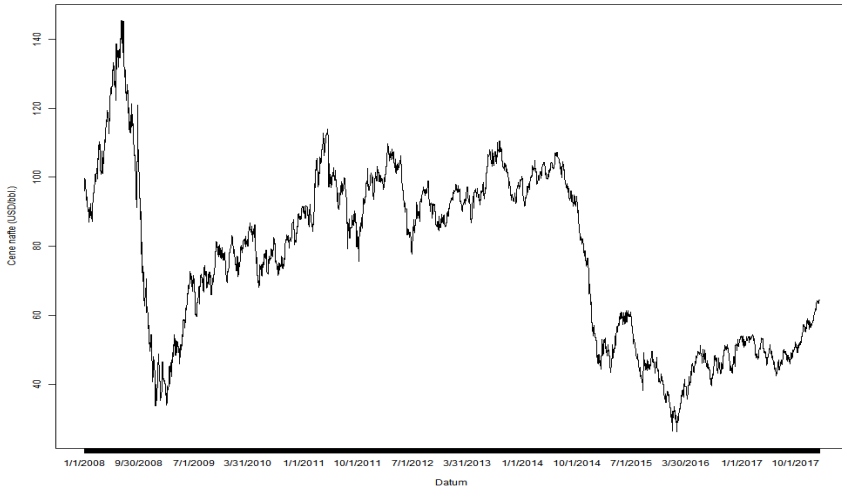
Статистичке величине	Цена
Минимум	26.21
1. квартал	50.34
Медијана	77.64
Средина	73.79
3. квартал	94.62
Максимум	113.93
Стандардно одступање	22.81

¹² <http://www.cmegroup.com/company/nymex.html>, datum pristupa 24. januar 2018. godine

¹³ Mladenović Z. i Nojković A., (2012), *Primenjena analiza vremenskih serija*, Centar za izdavačku delatnost Ekonomskog fakulteta u Beogradu, Beograd

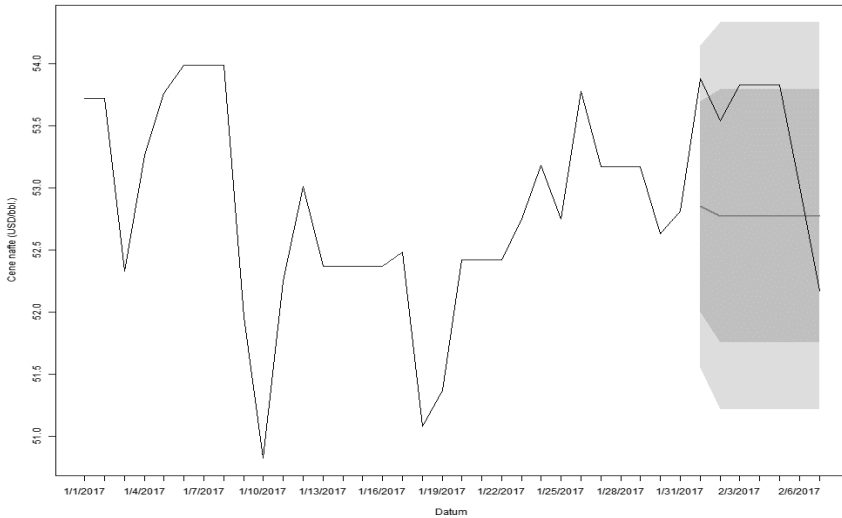
¹⁴ Kovačić Z. J., (1995), *Analiza vremenskih serija*, Ekonomski fakultet BU, Beograd

Иако се нафтом у свету тргује 23 сата дневно, викендима и празницима берза не ради, те како се тих дана цена не може мењати, за те дане је приказана остварена цена од првог претходног радног дана. На графикону 1 приказане су цене кретања нафте за период од 10 година.



Графикон 1 – *Цене кретања нафте у периоду 2008-2017.*

Можемо приказати месец јануар 2017. (графикон 2) и покушати да предвидимо недељу дана.



Графикон 2 – *Цене кретања нафте у јануару 2017. године плус 7 дана предвиђања*

Видећемо да је 2. фебруара цена око \$1.5 већа, док смо ми предвидели пад. Дакле модел је погрешно тачкасту предикцију, али је током целе недеље цена била у границама од $\pm \$2$ колико износи наш 95% интервал прекривања у будућности (сива област). Шта више, већ 3. фебруара цена пада и улази у 80% интервал прекривања у будућности (тамносива област).

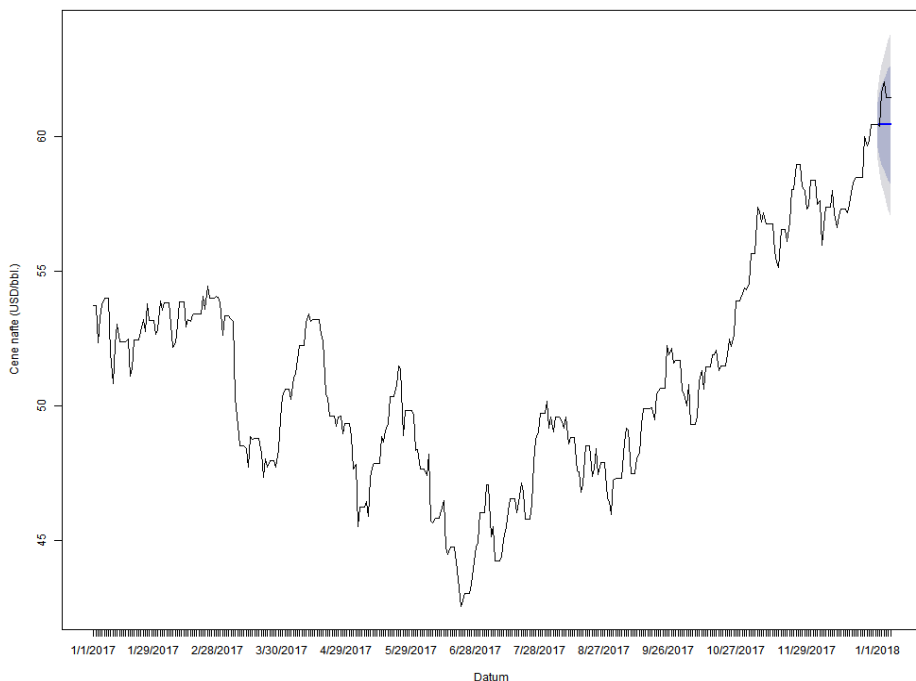
Видећемо да је слична прича на сваком од графикона. Око 50% је успешност предвиђања (тачкаста предвиђања, тамносива линија), али смо једино другог марта и трећег и четвртог маја у потпуности омашили и 95% интервал. Вероватноћа да се тако нешто догоди је само 2,5%, али то се ипак догодило.

Стога би те дане требало додатно објаснити неким другим методама, политичким, економским, јер у тих неколико дана математика, као и искључиво гледање у историјске цене нафте нису били довољни. Потребно је укључити додатне претпоставке, факторе и статистичке моделе .

Могли бисмо, на пример, да посматрамо целу 2017. годину одједном и да на основу ње предвидимо наредну недељу (1-7. јануар 2018) ARIMA моделом, графикон 3 и 4.

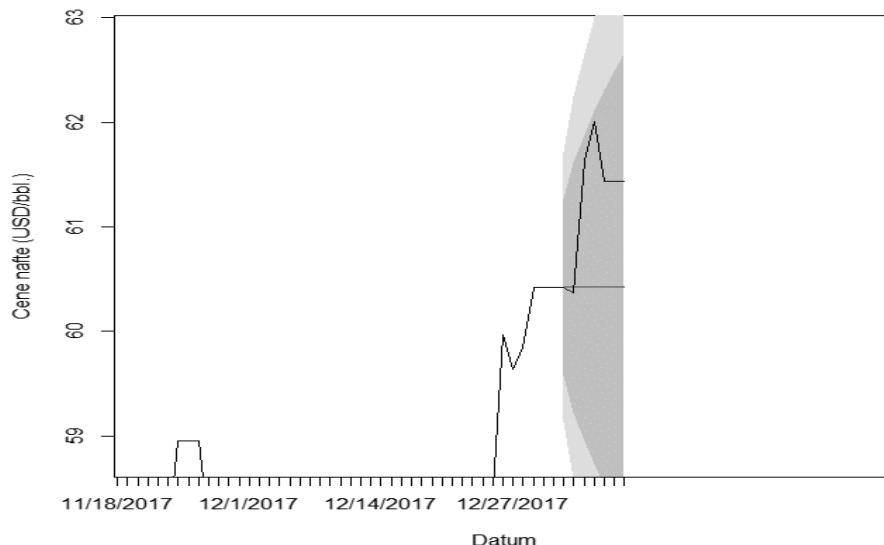
Видећемо да су сада резултати у потпуности у 80% интервалу, за разлику од када смо за период од 1-7. јануар 2018. предвиђали само подацима из децембра 2017.

Како видимо да што даље у будућност предвиђамо, то је прогноза непоузданија. Можемо на основу годину дана предвидети само један дан.



Графикон 3 – Цене кретања нафте у 2017. години плус 7 дана предвиђања

Ако боље погледамо графикон 4:



Графикон 4 – Цене кретања нафте у 2017. години плус зумиран период од 7 дана предвиђања

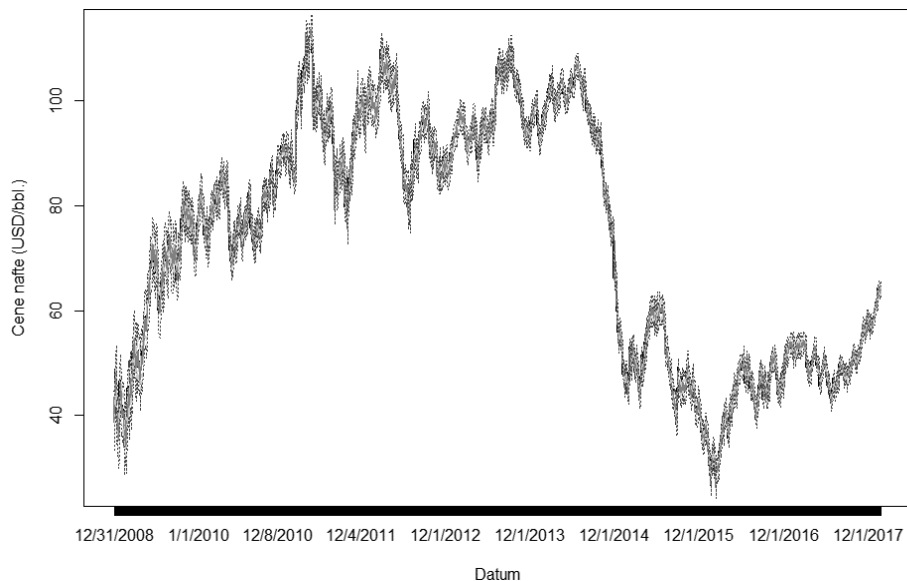
Због тога се вратимо на целу почетну базу од последњих 10 година. На основу - првих 365 дана предвидимо један дан. Померимо се за један дан, па поновимо поступак, правећи котрљајућу предикцију (eng. *Rolling forecast*). Тако ћемо имати 9 година цена нафте за које на сваки дан имамо остварену цену и предикцију за тај дан, као и одговарајуће 80% и 95% границе (табела 2).

Табела 2 – Неке основне статистике наведених података

	Цена	Предвиђање	Low80	High80	Low95	High95
Минимум	26.21	26.32	24.90	27.73	24.15	28.48
1. квартал	50.34	50.30	48.74	51.67	48.03	52.40
Медијана	77.64	77.64	75.86	79.54	74.97	80.46
Средина	73.79	73.76	72.12	75.40	71.25	76.27
3. квартал	94.62	94.73	93.30	96.16	92.49	97.02
Максимум	113.93	114.05	112.43	115.68	111.57	116.54
Стандардно одступање	22.81	22.84	22.86	22.83	22.88	22.84

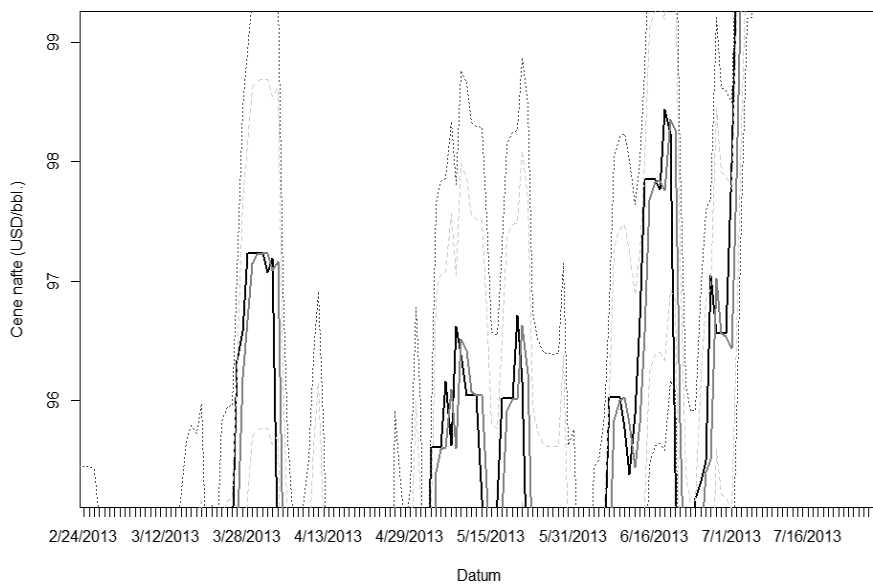
Средина (аритметичка) је за 9 година предвиђања само 3 цента виша од стварне вредности и границе су више него довољне да можемо рећи да је стварна вредност скоро увек унутар наших \pm граница.

Ипак, ако то погледамо графички, графикон 5:



Графикон 5 – Предвиђање за последњих девет година

А ако још ближе погледамо графикон 6:



Графикон 6 – Предвиђање за последњих девет година, зумиран период

Графикон: црно – стварна вредност, сиво – предвиђена вредност, светло сиво испрекидано – 80% интервал, тамно сиво испрекидано – 95% интервал.

Видећемо да, иако су аритметичка средина, стандардна девијација и још неке основне статистике стварне цене и њене предикције на тај дан јако сличне, тј. скоро исте, оне се и даље скоро сваког дана разликују.

Модел описан у овом раду спада у групу класичних модела, стога познавање доприноси разумевању модерне теорије анализе временских серија. Као ни сви постојећи модели, ни овај модел није савршен приказ стварног стања. Међутим, за почетни стадијум истраживања и анализе представља брз и лак пут, који са доста прецизности даје прогнозу будућих вредности, што потврђује главну хипотезу да коришћење модела ARIMA за предвиђање цена нафте представља добру основу за доношење будућих одлука свих заинтересованих страна. Закључак овог истраживања је да ARIMA модел јесте добра основа која нам може дати поуздане границе (80% и 95% интервале) изван којих стварна вредност врло вероватно неће изаћи. За прецизнија кретања цена, нпр. да ли ће сутра цена да расте и пада, ARIMA модел није довољан. Како је коришћена ARIMA (0,1,0), није довољно само теоријски очекивати исправну прогнозу раста или пада у више од 50% случајева, односно, за одређивање будућих пројекција цена сирове нафте неопходно да се користи више модела како би се добио оптималан резултат. То даље имплицира да, само математички приступ није довољан за предвиђање кретања на тржишту, али у синергији са осталим релевантним факторима, добра је полазна основа за одређивање кретања цена сирове нафте.

Закључак

Актуелна економска ситуација и евентуалне материјалне последице у виду додатних трошкова проузрокованих погрешно донетим одлукама, захтевају коришћење одговарајућих модела за предвиђање цена нафте у циљу доношења будућих одлука у корист свих заинтересованих страна.

ARIMA модел јесте добра основа која нам може дати поуздане границе (80% и 95% интервале) изван којих стварна вредност врло вероватно неће изаћи, односно, коришћење модела ARIMA за предвиђање цена нафте представља добру основу за доношење будућих одлука свих заинтересованих страна. За прецизнија кретања цена, нпр. да ли ће сутра цена да расте и пада, ARIMA модел није довољан, односно, за одређивање будућих пројекција цена сирове нафте неопходно да се користи више модела како би се добио оптималан резултат. Само математички приступ није довољан за предвиђање кретања на тржишту, али у синергији са осталим релевантним факторима, добра је полазна основа за одређивање кретања цена сирове нафте.

Модел ARIMA, као ни многи други модели, нема савршен приказ стварног стања. Међутим, за почетни стадијум истраживања и анализе представља брз и лак пут, који са доста прецизности даје прогнозу будућих вредности. На овај начин се потврђује генерална хипотеза која гласи да коришћење одговарајућих модела за предвиђање цена нафте представљају добру основу за доношење будућих одлука

свих заинтересованих страна. Даље, ово иде у прилог потврди помоћне хипотезе да за одређивање будућих пројекција цена сирове нафте неопходно је да се користи више модела како би се добио оптималан резултат.

Будућа истраживања ће укључити у анализу успешност коришћења више модела за одређивање будућих пројекција цена сирове нафте, као и имплементацију управљања тржишним ризицима.

Литература

[1] Alquist R., Kilian L., (2010), What do we Learn from the Price of Crude Oil Futures? University of Michigan and CEPR, Department of Economics.

[2] Chai J., Xing L.M., Zhou X.Y., Zhang Z.G., Li J.X., (2018), Forecasting the WTI crude oil price by a hybrid-refined method, *Energy Economics*, vol.71, p.114-127.

[3] Federer J. P. (1996). Oil Price Volatility and the Macroeconomy, *Journal of Macroeconomics*, 18(1), p. 1-26.

[4] Hamilton J. D., (1994) *Time Series Analysis*, Princeton University Press, New Jersey.

[5] Jianwei E., Yanling B., Jimin Y., (2017), Crude oil price analysis and forecasting based on variational mode decomposition and independent component analysis, *Statistical Mechanics and its Applications*, Volume 484, p. 412-427.

[6] Kaufmann R.K., Dees S., Karadeloglou P., Sanchez M., (2004), Does OPEC matter? An econometric analysis of oil prices, *The Energy Journal*, 25(4), p. 67-90.

[7] Kirchgässner, J. W., (2007), *Introduction to Modern Time Series Analysis*, Springer.

[8] Kovačić Z.J., (1995), *Analiza vremenskih serija*, Ekonomski fakultet BU, Beograd.

[9] Lam D., (2013), *Time Series Modelling of Monthly WTI Crude Oil Return*, Thesis submitted for the degree of Master of Science in Mathematical and Computational Finance.

[10] Mladenović Z. i Nojković A., (2012), *Primenjena analiza vremenskih serija*, Centar za izdavačku delatnost Ekonomskog fakulteta u Beogradu, Beograd.

[11] Montgomery D. C., Jennings C. L., Kulachi M., (2008), *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting*, John Wiley and Sons.

[12] Park W. J., Ratti. R.A., (2008), Oil price shocks and Stock markets in the U.S. and 13 European Countries, *Energy Economics*, 30, p. 2587-2608.

[13] Safari A., Davallou M., (2018), Oil price forecasting using a hybrid model, *Energy*, Vol. 148, p. 49-58.

[14] Tsay, (2010), *Analysis of Financial Time series*, 3rd edition, John Wiley and Sons, New York.

[15] Vujošević M., (1997), *Operativni menadžment: Kvantitativne metode*, Društvo operacionih istraživača Jugoslavije, Beograd.

[16] Yao T., Zhang Y.J., (2017), Forecasting Crude Oil Prices with the Google Index, *Energy Procedia* Vol. 105, p. 3772-3776.

[17] NYMEX, <http://www.cmegroup.com/>, datum pristupa 24. januar 2018.

[18] FOREX, <http://cena-nafte.com/>, datum pristupa 24. januar 2018.