

Modelovanje protivartiljerijsko-raketne borbe primenom Dinerovih jednačina

Kapetan I klase *BRANISLAV ĐORĐEVIĆ*
Pukovnik dr *ZDRAVKO KOJIĆ*

U radu se razmatra problem modelovanja protivartiljerijsko-raketne borbe mešovityh sastava radi analitičkog opisa dinamike borbe, kako bi se posredstvom analitičkog modela pratile mogućnosti angažovanih snaga tokom odvijanja borbenih dejstava. Istovremeno, analitički model treba da omogući simuliranje odvijanja procesa borbenih dejstava radi ispitivanja njegovih parametara.

Protivartiljerijska raketna borba mešovityh artiljerijskih sastava složeni je dinamički proces, koji se još više usložava ukoliko su sastavi veći i oruđa raznovrsnija. U tim uslovima kvantitativna procena početnih mogućnosti artiljerijskih jedinica i utvrđivanje odnosa snaga u protivartiljerijsko-raketnoj borbi ima poseban značaj, a prvi deo rada je upravo posvećen metodologiji određivanja početnih vatrenih mogućnosti artiljerijskih sastava „plavog“ i „crvenog“. Tako prvi deo rada ima opšti značaj, dok se u drugom delu ti parametri primenjuju u specifičnim uslovima, koji omogućavaju da se proces protivartiljerijsko-raketne borbe opiše Dinerovim sistemom diferencijalnih jednačina i, na osnovu njih, izvede analitički model borbenih dejstava za konkretne uslove.

Na konkretnom numeričkom primeru ilustrovana je primena analitičkog modela protivartiljerijsko-raketne borbe i algoritam za njegovo rešavanje.

Uvodne napomene

Značajna karakteristika borbenih dejstava oružanih snaga agresora na kopnu jeste i masovna upotreba artiljerijsko-raketnih sistema naoružanja kao nosilaca vatrene podrške dejstva oklopno-mehanizovanih i drugih snaga agresora na našem ratištu. Neprijatelj će artiljerijsko-raketne jedinice „... masovno upotrebljavati u svim oblicima oružane borbe, u svim vidovima i oblicima borbenih dejstava sa izraženim grupisanjem duž osnovnih komunikacijskih pravaca.“¹

Pod protivartiljerijsko-raketnom borbom podrazumeva se skup mera, postupaka i vatrene dejstva artiljerije i drugih

¹ *Strategija oružane borbe*, 1983, 228–229.

rodova KoV, RV i PVO, jedinica TO i ostalih subjekata ONO i DSZ radi nanošenja što većih gubitaka artiljerijsko-raketnim jedinicama neprijatelja i otežavanja, onemogućavanja ili umanjivanja efekata njihovog dejstva. Integriše se sa ostalim sadržajima oružane borbe ili se organizuje samostalno.

Borba protiv artiljerijsko-raketnih jedinica neprijatelja jedan je od osnovnih zadataka naše artiljerije. Ona svojom vatrom uništava ili neutrališe kako elemente borbenog rasporeda neprijateljeve artiljerije na položajima, tako i druge elemente koji, posredno ili neposredno, obezbeđuju njeno dejstvo (snabdevačke kolone, centri veze, komandna mesta i dr.).

Na osnovu poznavanja vrste i veličine prosečnih ciljeva artiljerijskih jedinica i potrebne količine municije za njihovo neutralisanje, cilj vođenja protivartiljerijsko-raketne borbe naše artiljerije prvenstveno će biti neutralisanje ili uništenje artiljerijskih i raketnih baterija neprijatelja.²

Kao cilj, neutralisanje baterija će se postavljati češće, a uništenje samo izuzetno – kada se radi o baterijama koje se dobro osmatraju i koje su slabo zaklonjene (utvrđene). Osmatrane baterije se neutrališu kao i ostali osmatrani ciljevi, a prosečni utrošak municije zavisi od stepena zaklonjenosti i određene ili procenjene veličine vatrenog položaja. Pošto se cilj osmatra, u toku gađanja se mogu ispravljati elementi, a gađanje se može prekinuti ukoliko se zaključi da je vatreni zadatak obavljen bez obzira na to da li je utrošena sva predviđena količina municije.

Neosmatrane artiljerijske baterije neprijatelja nalaze se na zaklonjenim vatrenim položajima, dobro utvrđene i maskirane, i najčešće se mogu otkriti raznim tehničkim sredstvima tek za vreme dejstva. Deo artiljerije za podršku se nalazi na samohodnim šasijama, što im omogućava brzu promenu vatre-nih položaja, a oklopna zaštita im obezbeđuje sigurnost od dejstva parčadi, tako da je za uspešno neutralisanje potreban direktan pogodak. Iskustva iz savremenih ratova pokazuju da je dobro zaklonjena i maskirana baterija veoma otporan cilj.

² Kao osnovna proračunska jedinica u daljem tekstu i modelu koristiće se artiljerijska baterija.

OSOBNOST RAZMEŠTAJA ELEMENATA BORBENOG RASPOREDA ARTILJERIJE SAVREMENIH ARMIIJA

Artiljerijsko-raketne jedinice savremenih armija su sve otpornije i pokretljivije, sistem osmatranja im je kompleksniji, sistem veza univerzalniji, vreme za izvođenje vatrenih zadataka i boravak na jednom vatrenom položaju (VP) kraći. Potrebno je manje vremena za otkrivanje elemenata borbenog rasporeda artiljerije neprijatelja i određivanje njegovih koordinata, načina i početka dejstva, čime je značajno skraćeno vreme reagovanja na novopojavljene ciljeve. Artiljerijske jedinice, posebno samohodne i one koje se transportuju helikopterima a i jedinice višecevnih lansera, pripremaju nekoliko vatrenih položaja.

Veličina prostorija osmatranih baterija određuje se na osnovu fronta i dubine cilja. Uzima se da je front baterije jednak rastojanju između krajnjih oruđa, ako je poznato mesto svih oruđa. Ako je poznato mesto samo jednog ili nekoliko oruđa, uzima se da je front baterije izolučenih oruđa i višecevnih lansera raketa 200 m. Samohodne baterije posedaju VP po vodovima, na međusobnom udaljenju 300–400 metara.

Kada nije moguće osmatranje sa osmatračnica na zemlji, veličina prostorije baterije, određuje se na osnovu tabele 1.³

Tabela 1

Redni broj	Način određivanja elemenata za grupno gađanje	Veličina prostorije baterije	
		Front (m)	Dubina (m)
1.	Prenos vatre:		
	a) kada su reper i baterija na istom aerofoto-snimku ili presečeni istim sredstvima	150	150
	b) kada su im koordinate određene različitim sredstvima	200	200
2.	Korektura pomoću radara	200	100
3.	Korektura pomoću zvukovne baterije	200	200
4.	Korektura osmatranjem iz vazdušnog prostora:		
	a) završena mešovitom grupom	150	100
	b) završena bez mešovite grupe	200	200
5.	Potpuna priprema	200	200

³ Artiljerijsko pravilo gađanja, VIZ, Beograd, 1981, str. 212.

Vatreni položaj baterija koje koriste nuklearne projektele određuje se van reiona rasporeda ostalih jedinica i na većem udaljenju od markantnih tačaka na zemljištu. Oruđa mogu biti raspoređena na jednom VP ili po vodovima, u oba slučaja na međusobnom rastojanju 200–300 m. Raketne jedinice posedaju položaje na udaljenju većem od 10 km od prednjeg kraja. Međusobna udaljenost elemenata borbenog rasporeda raketnog diviziona iznosi 2–3 kilometra.

U zoni dejstva savremenog korpusa KoV može se očekivati 50–90 artiljerijskih baterija protivnika, što navodi na zaključak da je za uspešnu protivartiljerijsko-raketnu borbu potrebna osposobljenost svih snaga i sredstava, naročito artiljerije. Neprijatelj će nastojati da omete određene vrste vatrene dejstva naše artiljerije različitim oblicima dejstava svojih snaga, a prvenstveno artiljerijom.

Na osnovu navedenog, kao osnovni problem nameće se način procene mogućnosti postizanja uspeha u obostranoj protivartiljerijskoj raketnoj borbi artiljerijskih jedinica, dva diviziona („plavi“ protiv „crvenog“) ili većih sastava.

U ovom radu formiran je analitički model dinamike obostrane protivartiljerijske raketne borbe artiljerijskih diviziona sa baterijama kao osnovnim elementima borbenog rasporeda. Cilj je da se kvantitativno zasnue procena mogućnosti sopstvenih snaga u borbenim dejstvima sa procenjenim snagama protivnika. Pod određenim uslovima, matematički model uvodi vremensku dimenziju borbenih dejstava i daje mogućnost da se posle određenog trajanja borbe izračuna stanje artiljerijske jedinice (divizion) i tako proceni njena dalja spremnost za vođenje borbe.

ANALITIČKI MODEL DINAMIKE OBOSTRANE PROTIVARTILJERIJSKO-RAKETNE BORBE ARTILJERIJSKIH JEDINICA

Pomoću osnovnog koncepta Dinerovog matematičkog modela borbe može se postaviti analitički model dinamike obostrane protivartiljerijsko-raketne borbe artiljerijskih jedinica ukoliko su poznati uticajni parametri od kojih ona zavisi (vatrene mogućnosti, stepen automatizacije sistema za uprav-

ljanje i rukovanje vatrom, raspoloživa količina municije, stepen otpora itd.), a koji karakterišu konkretne uslove borbe.

Dinerov dinamički model borbe polazi od pretpostavke da dva sastava (sastav I i sastav II), koji su raspoređeni na površinama S_1 i S_2 , imaju određeni broj „jedinica“ istih ili različitih vatrenih mogućnosti. Jednim gađanjem jedinica neutrališe određenu površinu, tj. procenat površine S_1 , odnosno S_2 . Raspored borbenih jedinica na površini S_1 i S_2 nije poznat. Rezultati gađanja su takođe nepoznati, ili pristižu sa zakašnjenjem, što znači da se vatra ne može prenositi sa jedne određene jedinice na drugu. Sem toga, polazi se od pretpostavke da je u bilo kojem trenutku borbena mogućnost površina S_1 , odnosno S_2 , srazmerna procentu neuništene površine.

Za formiranje matematičkog modela neophodno je utvrditi izvedene parametre koji kvantitativno izražavaju početne vatrene mogućnosti suprotstavljenih sastava u borbi. Otuda je osnovni deo ovog rada posvećen metodologiji utvrđivanja tih parametara za konkretan problem protivartiljerijske raketne borbe, gde se kao suprotstavljeni sastavi posmatraju divizion („p“ i „c“).

U matematičkoj postavci modela osnovu čini utvrđivanje početnih vatrenih mogućnosti, pri čemu se polazi od sledećih parametara, koji moraju biti poznati za obe sukobljene strane („p“ i „c“):

$No_p(k)$ – ukupan broj oruđa prevedenih u oruđa osnovnog kalibra kojima raspolaže divizion „p“, a koja su raspoređena na površini S_p ;

$No_c(r)$ – ukupan broj oruđa prevedenih u oruđa osnovnog kalibra kojima raspolaže divizion „c“, a koja su raspoređena na površini S_c ;

P_p – verovatnoća pogađanja površine S_c divizionom „p“;

P_c – verovatnoća pogađanja površine S_p divizionom „c“;

λ_p i λ_c – režim vatre odgovarajućeg divizion („p“ i „c“);

σ_p i σ_c – uništena površina divizion („p“, odnosno „c“) jednim gađanjem odgovarajućeg divizion („c“, odnosno „p“);

S_p i S_c – površina na kojoj su raspoređena oruđa odgovarajućeg divizion („p“ i „c“);

Kvg_p i Kvg_c – koeficijent vrste gađanja odgovarajućeg divizion („p“ i „c“).

K_{pe_p} i K_{pe_c} – koeficijentat pripreme početnih elemenata odgovarajućeg divizionu („p“ i „c“).

Za svaki od navedenih parametara biće izložen postupak za izračunavanje prema osnovnom konceptu postavke matematičkog modela.

Izračunavanje broja oruđa osnovnog kalibra

Ako se ima u vidu činjenica da je broj oruđa u artiljerijskoj jedinici (mešoviti divizion) na neki način kvantitativna mera njene sposobnosti i snage, a da su oruđa u jedinici različitog kalibra, nameće se potreba da se oruđe jednog kalibra proglasi „osnovnim kalibrom“ za određenu jedinicu. Prema tome, kada se izračunava ukupan broj oruđa u jedinici uzima se broj oruđa osnovnog kalibra kojima jedinica raspolaže i njemu se dodaje brojna vrednost koja je ekvivalentna broja svih drugih oruđa u odnosu na oruđe osnovnog kalibra.

U opštem prilazu izračunavanju ukupnog broja oruđa osnovnog kalibra, koji se označava simbolom $No_p(k)$, polazi se od toga da divizion „p“ ima, pored oruđa osnovnog kalibra, još „k“ različitih grupa oruđa drugih kalibara ($j = 1, 2, \dots, k$). To razvrstavanje može biti po veličini kalibra, ali i ne mora. Ako je po veličini, tada su u „k“-toj grupi oruđa najvećeg kalibra.

Prema tome, za divizion „p“ izračunava se ukupan broj oruđa osnovnog kalibra i oruđa prevedenih u oruđa osnovnog kalibra ($No_p(k)$) na osnovu sledećeg obrasca:

$$No_p(k) = No_p + KO_{p1} \cdot No_{p1} + \dots + KO_{pj} \cdot No_{pj} + \dots + KO_{pk} \cdot No_{pk}.$$

U tom slučaju, oruđa u divizionu koja ne pripadaju osnovnom kalibru, razvrstavaju se na „k“ grupa, tako da je:

No_p – stvarni broj oruđa osnovnog kalibra;

No_{p1} – broj oruđa prvog (najmanji) kalibra;

No_{pj} – broj oruđa „j“ tog kalibra;

KO_{pj} – koeficijentat prevođenja jednog oruđa „j“-tog kalibra, divizionu „p“, gde KO_{pj} može uzeti brojne vrednosti iz sledećeg opsega $0 < KO_{pj} < 1$, ili je $KO_{pj} > 1$;

No_{pk} – broj oruđa „k“-tog kalibra;

KO_{pk} – koeficijentat prevođenja jednog oruđa „k“-tog kalibra u oruđa osnovnog kalibra. Granice mogućih vrednosti su iste kao i za KO_{pj} .

Na sličan način izračunava se i odgovarajuća vrednost ukupnog broja oruđa osnovnog kalibra za divizion „c“ ($No_c(r)$), ali se za oruđe osnovnog kalibra mora uzeti isto oruđe u oba divizionu („p“ i „c“) ako se žele porediti. Prema tome, ta vrednost se sračunava na osnovu sledećeg obrasca:

$$No_c(r) = No_c + KO_{c1} + No_{c1} + \dots + KO_{ci} + No_{ci} + \dots + KO_{cr} + No_{pr}.$$

U tom slučaju oruđa u divizionu „c“, koja ne pripadaju osnovnom kalibru, razvrstavaju se na „r“ grupa, tako da je:

No_c – stvarni broj oruđa osnovnog kalibra;

No_{c1} – broj oruđa prvog (najmanji) kalibra;

No_{ci} – broj oruđa „i“-tog kalibra;

KO_{ci} – koeficijentat prevođenja jednog oruđa „i“-tog kalibra, divizionu „c“, gde KO_{ci} može uzeti brojne vrednosti iz sledećeg opsega $0 < KO_{ci} < 1$, ili je $KO_{ci} > 1$;

No_{cr} – broj oruđa „r“-tog kalibra.

KO_{cr} – koeficijentat prevođenja jednog oruđa „k“-tog kalibra u oruđa osnovnog kalibra. Granice mogućih vrednosti su iste kao i za KO_{ci} .

Način na koji se izračunavaju vrednosti za $No_p(k)$ i $No_c(r)$ omogućuje da se na osnovu vrednosti tih parametara divizioni „p“ i „c“ mogu porediti. Taj pristup se može koristiti u drugim sličnim slučajevima kada je nužno porediti heterogene sastave.

Određivanje verovatnoća pogađanja cilja

U pristupu formiranja matematičkog modela polazi se od toga da se na neki način mogu odrediti:

P_p – verovatnoća pogađanja površine S_c divizionom „p“;

P_c – verovatnoća pogađanja površine S_p divizionom „c“.

Na primer, u ovom slučaju se navodi jedan poseban način izračunavanja tih verovatnoća, koji je korišćen u razradi algoritma za rešavanje navedenog numeričkog primera.

Ukoliko se pretpostavi da vatreni položaj artiljerijske baterije ima oblik pravougaonika, problem verovatnoće poga-

đanja cilja (P) može se svesti na problem verovatnoće pogađanja pravougaonika.

a) Verovatnoća pogađanja pravougaonika određuje se na osnovu matematičkog izraza:

$$P = P_y + P_x,$$

gde je:

P_x – verovatnoća pogađanja po pravcu;

P_y – verovatnoća pogađanja po daljini.

b) Verovatnoća pogađanja po pravcu određuje se na osnovu izraza:

$$P_x = \phi\left(\frac{m}{H_x}\right),$$

gde je:

m – polovina izvedene dimenzije cilja po frontu;

H_x – verovatno odstupanje po pravcu za izabranu daljinu gađanja, punjenje i vrstu upaljača;

ϕ – vrednost funkcije za brojnu vrednost količnika $\frac{m}{H_x}$.⁴

c) Verovatnoća pogađanja po daljini određuje se na osnovu matematičkog izraza:

$$P_y = \phi\left(\frac{q}{H_y}\right),$$

gde je:

q – polovina izvedene dimenzije cilja po daljini,

H_y – verovatno odstupanje po daljini za izabranu daljinu gađanja, punjenje i vrstu upaljača;

ϕ – vrednost funkcije za brojnu vrednost količnika $\frac{q}{H_y}$.

Određivanje režima vatre

U pristupu formiranja matematičkog modela polazi se od toga da se može odrediti „režim vatre“, tj. srednja brzina gađanja, kao parametar koji karakteriše divizion u celini. Režim vatre za pojedinačna oruđa (λ) dat je u tehničkim

⁴ Živojin Živanov, *Teorija gađanja*, VIZ, Beograd, 1979, str. 507.

uputstvima ili tablicama gađanja oruđa. Prilikom testiranja predloženog matematičkog modela moguće je sprovesti analizu uticaja tog parametra na dobijene rezultate i tako eksperimentalno doći do valjanog podatka za svaki tip artiljerijske jedinice. To ne isključuje i potrebu za analitičkim prilazom u izračunavanju parametra λ_p i λ_c .

Vrednost za λ_p može se u ovom slučaju odrediti tako što će to biti režim vatre onog oruđa u divizionu za koje je koeficijentat prevođenja datog oruđa u oruđe osnovnog kalibra najbliži po brojnoj vrednosti srednjem koeficijentu prevođenja u oruđe osnovnog kalibra (K_{sr}), gde je srednji koeficijentat definisan sledećim izrazom:

$$K_{sr} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k K_{opj},$$

Na sličan način može se odrediti vrednost za λ_c .

Određivanje veličine uništene površine cilja jednim gađanjem

Uništena površina cilja jednim gađanjem jednog oruđa odgovarajućeg divizona (σ_p il σ_c) adekvatna je površini uspešnog dejstva parčadi. Pri tome, kod mešovitih divizona σ_p i σ_c odgovaraće oruđima osnovnog kalibra.

Efekat samo jednog gađanja svih oruđa divizona dobija se množenjem veličine σ_p i σ_c ukupnim brojem oruđa osnovnog kalibra $N_{op}(k)$. Ta veličina je značajna za utvrđivanje početne vatrene moći divizona.

Određivanje verovatnoća pogađanja cilja

Površina na kojoj su razmeštena oruđa odgovarajućeg divizona (S_p ili S_c) određuje se na osnovu veličina navedenih u tabeli 1, uz povećanje koje zavisi od broja angažovanih baterija.

Na početnu vatrenu mogućnost utiče i koeficijentat vrste gađanja (K_{vg}), a određuje se na osnovu sledećeg tabelarnog pregleda:

Vrsta gađanja	Udarno	Tempirno	Rikošetno
Kvg	0,77	1,00	1,00

Koeficijent pripreme početnih elemenata (K_{pe}) takođe utiče na početnu vatrenu mogućnost divizionu, a određuje se na osnovu sledećeg tabelarnog pregleda:

Način pripreme početnih elemenata	Potpuna priprema	Korišćenje podataka KorO	Prenos vatre	Korektura na cilj	Skraćena priprema
K_{pe}	0,8	0,8	1,00	1,00	0,4

Definisanje početnih vatrenih mogućnosti

Na osnovu navedenih parametara i opšteg koncepta Dinerovog matematičkog modela mogu se napisati matematičke relacije za određivanje početnih vatrenih mogućnosti divizionu U_p i U_c . Te veličine imaju istu jedinicu mere, tj. početna vatrena moć divizionu „p“ i „c“ izražena je srednjim brojem ispaljenih zrna u jedinici vremena, koja odgovaraju oruđu osnovnog kalibra. Količnik U_p/U_c početni je odnos snaga, tj. uzeta su u obzir samo raspoloživa artiljerijsko-raketna oruđa i njihov kvalitet:

$$U_p = \frac{\lambda_p \cdot P_p \cdot \sigma_p \cdot N_{op}(k) \cdot K_{vgp} \cdot K_{pep}}{S_p},$$

$$U_c = \frac{\lambda_c \cdot P_c \cdot \sigma_c \cdot N_{oc}(r) \cdot K_{vgc} \cdot K_{pec}}{S_c},$$

gde su:

U_p – početne vatrene mogućnosti divizionu „p“;

U_c – početne vatrene mogućnosti divizionu „c“.

Mogućnosti divizionu za vreme Δt u početku obostrane protivartiljerijsko-raketne borbe artiljerijskih jedinica mogu se definisati na osnovu navedenih vrednosti. One će biti: $U_p \cdot \Delta t$ i $U_c \cdot \Delta t$, gde je Δt dovoljno mali vremenski interval.

Sa druge strane, procenat neuništene površine u bilo kojem trenutku vremena t od početka borbe može se izračunati množenjem brojem 100 vrednosti $V(t)_p$ i $V(t)_c$, gde je:

$$V(t)_p = \frac{S_p(t)}{S_p} - \text{procenat neuništene površine za divizion „p“,}$$

$$V(t)_c = \frac{S_c(t)}{S_c} - \text{procenat neuništene površine za divizion „c“,}$$

gde je:

$S_p(t)$ – neuništena površina S_p u vremenskom trenutku t ,

$S_c(t)$ – neuništene površine S_c u vremenskom trenutku t .

U tom slučaju t pokazuje i koliko su trajala borbena dejstva. Veličine $V(t)_p$ i $V(t)_c$ karakterišu dinamiku protivartiljerijsko-raketne borbe diviziona „p“ i „c“ i omogućavaju da se odredi srednja vrednost neuništenih snaga u bilo kojem vremenskom trenutku t za divizione „p“ i „c“ koji učestvuju u borbi.

Očigledno je da veličine $V(t)_p$ i $V(t)_c$ vremenom opadaju, tako da je priraštaj veličine $V(t)_p$ za divizion „p“ definisan izrazom:

$$\Delta V(t)_p = -U_c V(t)_c V(t)_p \Delta t,$$

a priraštaj veličine $V(t)_c$ za divizion „c“ je:

$$\Delta V(t)_c = -U_p V(t)_p V(t)_c \Delta t.$$

Iz prethodnih izraza, kada $\Delta t \rightarrow 0$, dobijaju se Dinerove diferencijalne jednačine:

$$\frac{dV(t)_p}{dt} = -U_c V(t)_p V(t)_c,$$

$$\frac{dV(t)_c}{dt} = -U_p V(t)_p V(t)_c,$$

koje opisuju proces obostrane protivartiljerijsko-raketne borbe artiljerijskih jedinica, koja je organizovana sa površina S_p i S_c .

Početni uslovi Dinerovih jednačina definišu se za $t=0$: $V(0)_p=1$; $V(0)_c=1$. U slučaju da su konstantne početne vatrene mogućnosti ($U_p=\text{const}$, $U_c=\text{const}$), rešenje se dobija poznatim postupkom rešavanja sistema diferencijalnih jednačina.⁵

U tom slučaju, rešenje Dinerovih jednačina daje analitičke izraze za izračunavanje veličina $V(t)_p$ i $V(t)_c$, koje brojno pokazuju kolike su neuništene površine diviziona „p“ i „c“. Ti analitički izrazi imaju sledeći oblik:

⁵ Videti: J. Petrić, *Operaciona istraživanja*, „Naučna knjiga“, Beograd, 1987, str. 414.

$$V(t)_p = e^{U_p t} \cdot \frac{U_p - U_c}{U_p e^{U_p t} - U_c e^{U_c t}},$$

$$V(t)_c = e^{U_c t} \cdot \frac{U_p - U_c}{U_p e^{U_p t} - U_c e^{U_c t}},$$

i čine istovremeno analitički model protivartiljerijsko-raketne borbe.

Na osnovu dobijenog analitičkog modela, a za date početne vatrene mogućnosti, mogu se izračunati očekivane vrednosti procenata neuništenih površina za bilo koje vreme t trajanja borbenih dejstava.

Analitički model ima novi oblik za slučaj kada su početne vrednosti vatrenih mogućnosti međusobno jednake ($U_p = U_c = U$). Tada rešenje Dinerovih deferencijalnih jednačina daje matematički model oblika:

$$V(t)_p = V(t)_c = V(t) = \frac{1}{1 + U \cdot t},$$

koji analitički opisuje zavisnost veličine procenta neuništene površine $V(t)$ od vremena trajanja borbenih dejstava.

Na osnovu izračunatih vrednosti za veličine $V(t)_p$ i $V(t)_c$ moguće je odrediti matematičko očekivanje broja neuništenih artiljerijskih oruđa, pri čemu se koriste sledeći analitički izrazi:

$$m(t)_p = V(t)_p \cdot NO_p(k),$$

$$m(t)_c = V(t)_c \cdot NO_c(r),$$

gde je:

$m(t)_c$ – matematičko očekivanje broja neuništenih oruđa osnovnog kalibra divizionu „c“ u vremenskom trenutku t ,

$m(t)_p$ – matematičko očekivanje broja neuništenih oruđa osnovnog kalibra divizionu „p“ u vremenskom trenutku t .

Ti obrasci važe ne samo za oruđa osnovnog kalibra već i za bilo koji kalibar oruđa, pa analiza modela može biti osmišljena na različite načine.

Na konkretnom primeru biće ilustrovan algoritam izračunavanja veličina koje su definisane analitičkim modelom [$V(t)_c$ i $V(t)_p$], kao i veličina koje karakterišu određene kategorije gubitaka [$m(t)_c$ i $m(t)_p$].

ALOGARITAM ZA REŠAVANJE I VERIFIKACIJU ANALITIČKOG MODELA

Na osnovu dobijenog analitičkog modela, kao rešenja Dinerovog sistema diferencijalnih jednačina koje opisuju dinamiku obostrane protivartiljerijsko-raketne borbe artiljerijskih jedinica, definisan je algoritam za izračunavanje osnovnih veličina analitičkog modela, koji je prilagođen rešavanju problema na računaru.

Na slici 1 prikazan je blok-dijagram algoritma za izračunavanje početnih vatrenih mogućnosti artiljerijskih jedinica i osnovnih veličina analitičkog modela. Na osnovu kompletnog algoritma i programskog rešenja koje proizilazi iz njega moguće je sprovesti dalja ispitivanja modela na računaru kako bi se ocenjivali i drugi aspekti primenljivosti modela.

Radi ilustracije algoritma za dobijanje rešenja analitičkog modela u radu je navedeno rešenje konkretnog primera. Za taj primer su u tabeli 2 dati osnovni podaci kojima se definiše problem protivartiljerijsko-raketne borbe (PARB). U primeru je data opšta postavka problema artiljerijsko-raketne borbe. Osnovna karakteristika problema je to što su snage protivničkih strana raspoređene na određenim površinama, a gubici u borbi su srazmerni procentu neutralisanja površine sa koje jedinica dejstvuje.

Tabela 2

Redni broj	Ulazni podaci	Učesnik u PARB	
		„p“	„c“
1.	Daljina gađanja (Dg)	10 km	10 km
2.	Način određivanja elemenata za grupno gađanje	1b	2
3.	Verovatnoća pogađanja (P)	0,698	0,938
4.	Izabrano punjenje (Pe)	Smanjeno	Puno
5.	Vrsta upaljača	V 90	RGM-2
6.	Brzina gađanja oruđa (λ)	4	4
7.	Broj oruđa u divizionu (N)	17	17
8.	Uništena površina baterije (σ)	1.000 m ²	1.000 m ²
9.	Površina na kojoj je razmeštena gađana baterija (S)	4.000 m ²	4.000 m ²
10.	Koeficijent vrste gađanja (Kvg)	1,00	1,00
11.	Koeficijent pripreme početnih elemenata (Kpe)	1,00	1,00

Početne vatrene mogućnosti jedinica (U_c i U_p) izračunavaju se na osnovu polaznih podataka iz tabele 2, a na osnovu navedenih analitičkih izraza. Dobijene brojne vrednosti su: $U_p=0,71081$ i $U_c=0,798337$.

Na osnovu podataka iz tabele 2, koji se u računaru nakon unosa formiraju kao ulazni podaci, računar kao međurezultate izračunava vrednosti za U_c i U_p , a nakon toga osnovne veličine analitičkog modela: $V(t)_c$, $V(t)_p$, $m(t)_c$ i $m(t)_p$. Dobijeni numerički podaci prikazani su u tabeli 3.

Tabela 3

Vreme	$V(t)_p$	$V(t)_c$	$m(t)_p$	$m(t)_c$
1	2	3	4	5
0	1,000000	1,000000		
1	0,545699	0,593077	9,276884	
2	0,365323	0,421511	6,210493	7,335694
3	0,268771	0,345028	4,569099	5,865475
4	0,208796	0,291330	3,549531	4,952233
5	0,168043	0,254805	2,856726	4,331679
6	0,138634	0,228463	2,356785	3,883876
7	0,116480	0,208619	1,980162	3,546529
8	0,092444	0,193180	1,687142	3,284068
9	0,085494	0,18086	1,453400	3,074702

Iz podataka u tabeli 3 može se zaključiti sledeće:

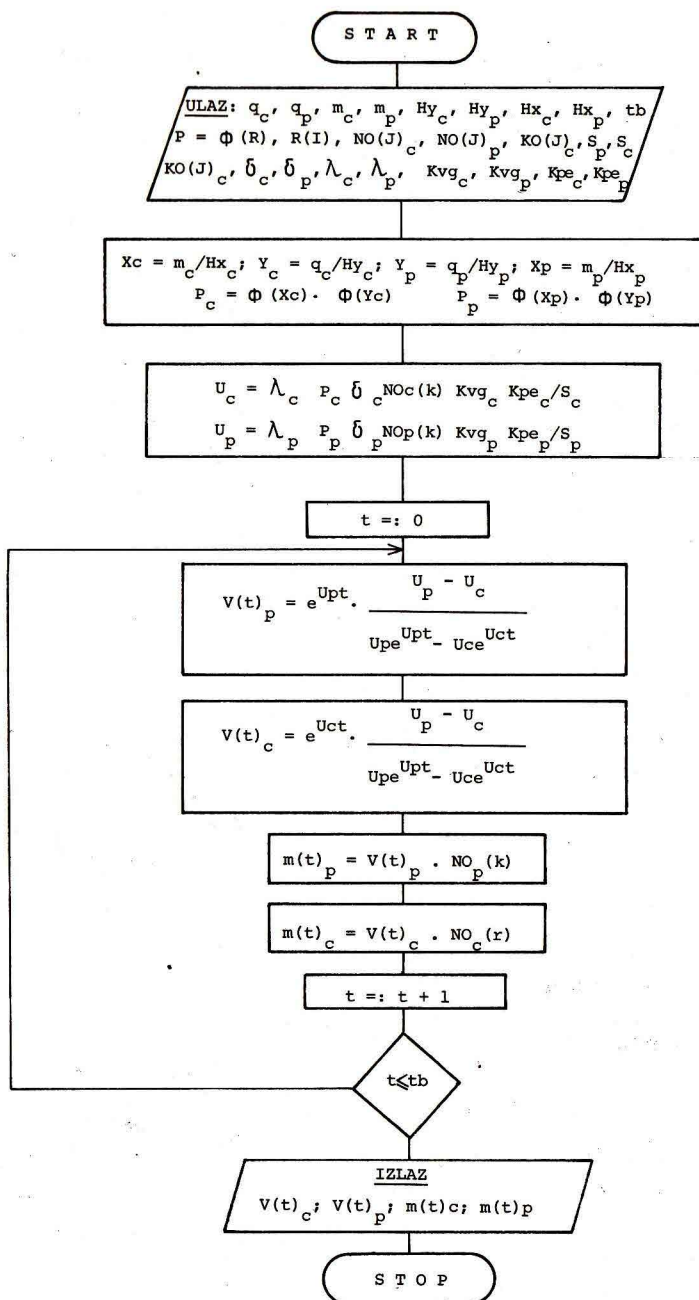
– procenat neuništene površine u funkciji vremena trajanja dejstava menja se različito. Na primer, za jedinicu „p“ posle dve minute trajanja borbe taj procenat iznosi 36,5, a za jedinicu „c“ ta vrednost je 42,15 odsto;

– matematičko očekivanje broja neuništenih oruđa jedinica, takođe za $t=2$ min, za jedinicu „p“ iznosi $m(t)_p=6,210$, a za jedinicu „c“ $m(t)_c=7,33$;

– procenat neuništenih površina i matematička očekivanja broja neuništenih oruđa izračunata su za vremenski opseg trajanja borbenih dejstava od $t=0$ do $t=9$ min;

– u slučaju da se promene početni uslovi, tj. za nove početne vatrene mogućnosti jedinica, dobijaju se nove brojne vrednosti za promenljive veličine u tabeli 3.

Na osnovu dobijenih rezultata, primenom analitičkog modela i algoritma za njegovo rešenje na konkretan nume-



Slika 1 – Blok – dijagram algoritma za izračunavanje parametara modela obostrane protivartiljerijsko-raketne borbe artiljerijskih jedinica

rički primer, može se zaključiti da takav prilaz u analitičkom modeliranju pruža velike mogućnosti u simulaciji i istraživanju realnih problema upotrebe artiljerijskih jedinica u borbenim dejstvima.

Zaključak

Protivartiljerijska raketna borba mešovitih artiljerijskih sastava složen je dinamički proces koji se još više usložava ukoliko su sastavi veći i oruđa raznovrsnija. U tim uslovima kvantitativna procena mogućnosti artiljerijskih jedinica i utvrđivanje odnosa snaga u protivartiljerijsko-raketnoj borbi mora se zasnivati na logici i metodologiji koja je u radu korišćena pri definisanju početnih vatrenih mogućnosti artiljerijskih sastava „p“ i „c“. Tako prvi deo rada ima opšti značaj, dok se u drugom delu ti parametri primenjuju u specifičnim uslovima koji omogućavaju da se proces protivartiljerijsko-raketne borbe opiše Dinerovim sistemom diferencijalnih jednačina, a na osnovu njih izvede analitički model borbenih dejstava za konkretne uslove.

Postavljanjem više varijanata grupisanja snaga i analizom rezultata dobijenih takvim promenama ulaznih veličina u osnovnom modelu može se izvesti nekoliko parcijalnih zaključaka:

a) dužina trajanja borbe (t_b) utiče na procenat neuništene površine gađanja baterije protivnika (V);

b) smanjenjem brzine gađanja jednog od protivnika smanjuje se njegova vatrena moć (U) i procenat neuništene površine gađane baterije (V);

c) smanjenjem broja oruđa u jednom divizionu (N_p), ili kvantitativno ili kvalitativno smanjuje se i njegova vatrena moć (U_p) i procenat neuništene površine sa koje dejstvuje (V_p), a povećava procenat neuništene površine gađane baterije protivnika (V_c);

d) smanjenjem brzine gađanja jednog divizona (λ_p) smanjuje se njegova vatrena moć (U_p), a povećava procenat neuništene površine gađane baterije protivnika (V_c);

e) povećanjem površine na kojoj je razmeštena gađana baterija (S_p) povećava se procenat neuništene površine gađane baterije (V_p) i produžava trajanje borbe (t_b).

Na osnovu analize matematičkog očekivanja broja neuništenih oruđa (m), može se zaključiti da se uspeh u obostranoj protivartiljerijsko-raketnoj borbi postiže:

a) povećanjem verovatnoće pogađanja (P) kroz smanjenje verovatnoće odstupanja po daljini (H_y). Isto se postiže izborom punjenja koje omogućava veću početnu brzinu (V_0);

b) povećanjem brzine gađanja (kroz obučenost) sopstvenih artiljerijskih jedinica (λ_c);

c) povećanjem površine na kojoj su razmeštene sopstvene artiljerijske jedinice (S_c);

d) povećanjem ukupnog broja oruđa „c“ (N_c) koja učestvuju u borbi.

Korišćenjem Dinerovih jednačina u pripremanju borbenih dejstava organa artiljerije ili komande (štab) artiljerijske grupe moguće je kvantitativno utvrđivati odnos snaga i predvideti rezultate protivartiljerijsko-raketne borbe, a podešavanjem određenih parametara može se obezbediti uspeh sopstvenoj jedinici.

S U M M A R Y

MODELLING OF COUNTER-ARTILLERY ROCKET COMBAT WITH APPLICATION OF DINNER'S EQUATIONS

The authors analyse the problem of modelling of the counter-artillery rocket combat of combined formations, with the aim of the analytical description of dynamics of combat, so that the abilities of the engaged forces in the course of combat operations could be monitored by means of an analytical model. At the same time, the model should make possible the simulation of combat operations, for the purpose of assessing its parameters.

The counter-artillery rocket combat of combined artillery formations is a complex dynamic process, which becomes even more complex when the formations are larger and their weapons more diverse. The quantitative evaluation of initial capabilities of artillery units and the assessment of the ratio of forces in the counter-artillery rocket combat are in such circumstances exceptionally significant. Therefore the first part of the study deals with the methodology of assessing the initial capabilities of artillery formations of the „Blues“ and the „Reds“, and is consequently of a general significance. These parameters are in the second part of the study applied to the actual circumstances, which makes possible the description of the counter-artillery rocket combat by means of Dinner's system of differential equations, and on the basis of their results the derivation of an analytical model of combat operations in the battlefield.

By a numeric example has been illustrated the application of an analytical model of the counter-artillery rocket combat, and also the algorithm for its solution.

R E S U M E

MODELE DU COMBAT ANTIMISSILES ET ANTIARTILLERIE AVEC APPLICATION DES EQUATIONS DE DINNEN

On traite le problème du modèle du combat antimissiles et antiartillerie des unités mixtes, pour faire description dynamique du combat avec le but de permettre aux forces engagées le contrôle de l'engagement. En même temps, le modèle analytique doit assurer une simulation du développement du processus des actions de combat pour examiner les paramètres donnés.

Le combat antimissiles et antiartillerie des unités d'artillerie mixte est un processus dynamique complexe que est autant plus compliqué si les unités sont plus grandes et les pièces différentes. Dans ces conditions, une évaluation quantitative des possibilités de base des unités et détermination du rapport des forces dans ce combat a une importance particulière, et la première partie du travail est consacrée à la méthodologie des possibilités des unités d'artillerie des forces „amies“ et „ennemies“. Ainsi, la première partie a une importance générale, tandis que la deuxième partie est applicable dans des conditions spécifiques qui permettent description par le système de Dinnen le processus de combat et la réalisation du modèle analytique des actions de combat pour les conditions concrètes.

Sur un exemple concrète, on a illustré l'application du modèle analytique du combat antimissiles et antiartillerie et l'algorithme pour sa résolution.

P E З Ю М Е

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОТИВОАртиЛЛЕРИЙСКО-РАКЕТНОЙ БОРЬБЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УРАВНЕНИЙ ДИНЕНА

В труде рассматриваются проблемы моделирования противортиЛЛЕРИЙСКО-РАКЕТНОЙ борьбы смешанных частей (подразделений), с целью аналитического описания динамики борьбы, с тем, чтобы посредством аналитической модели следить за возможностями привлеченных сил в ходе боевых действий. Одновременно аналитическая модель должна обеспечить имитацию процесса боевых действий, с целью исследования их параметров.

ПротивортиЛЛЕРИЙСКА ракетная борьба смешанных артиЛЛЕРИЙСКИХ частей (подразделений) является сложным динамическим процессом, еще больше усложняющимся по мере увеличения частей (подразделений) и разнообразности орудий. В таких условиях количественная оценка начальных возможностей артиЛЛЕРИЙСКИХ частей (подразделений) и уточнение соотношения сил в противортиЛЛЕРИЙСКО-РАКЕТНОЙ борьбе имеют особое значение, причем первая часть работы посвящается именно методологии определения начальных огневых возможностей артиЛЛЕРИЙСКИХ частей (подразделений) „синего“ и „красного“. Таким образом первая часть работы имеет общее значение, причем во второй части эти параметры применяются в специфических условиях, предоставляющих возможность описать процесс противортиЛЛЕРИЙСКО-РАКЕТНОЙ борьбы при помощи системы дифференциальных уравнений Динена и на основании их вывести аналитическую модель боевых действий для конкретных условий.

Конкретным цифровым примером иллюстрируется применение аналитической модели противортиЛЛЕРИЙСКО-РАКЕТНОЙ борьбы и алгоритм для её решения.